CLAVDII

ESBERARD

PARISINI

METHODVS

QVADRANDI CIRCVLI

MECHANICEN MAXIME

PROMOVENS.

SIVE

Archimedis de Circuli

dimenſione

SVPPLEMENTVM GEOMETRICVM.

M. DC. XXXV.

CLARISSIMO ATQVE INTEGERRIMO DOMINO FRANCISCO SVBLET, A SECRETIORIBVS REGNI CONSILIIS ET ÆRARII PRÆFECTO, DOMINO DE NOYERS, &c.

CLAVDIVS ESBERARD PARISINVS honorem & obſequium.

ARduum eſt (CLARISSIME ATQVE INTEGERRIME DOMINE) *& ſuâ difficultate famoſum de Circulo quadrando problema Geometricum, à multiſque multiplici, ſed inani conatu tentatum. Vnus Archimedes diuino vir ingenio Circuli naturam penitiùs introſpiciens & ſollertiùs pertractans ſecuram viam ingreſſus eſt, non quâ quadraret ad vnguem, ſed quâ ſufficienter ad Mechanicen. Verùm quia, quæ numeris inueſtigauit, non etiam lineis eſt proſequutus (qui ſcopus eius eſſe debuit) nos hæc fœliciter præſtaturi, facilem inuenimus methodum, quâ non tantùm ſecundùm limites ab ipſo conſtitutos Circulum quadremus, ſed intra limites ipſos infinitis modis. Quod inuentum*

CLARISSIMO ATQVE INTEGERRIMO DOMINO FRANCISCO SVBLET, A SECRETIORIBVS REGNI CONSILIIS ET ÆRARII PRÆFECTO, DOMINO DE NOYERS, &c.

CLAVDIVS ESBERARD PARISINVS honorem & obſequium.

ARduum eſt (CLARISSIME ATQVE INTEGERRIME DOMINE) *& ſuâ difficultate famoſum de Circulo quadrando problema Geometricum, à multiſque multiplici, ſed inani conatu tentatum. Vnus Archimedes diuino vir ingenio Circuli naturam penitiùs introſpiciens & ſollertiùs pertractans ſecuram viam ingreſſus eſt, non quâ quadraret ad vnguem, ſed quâ ſufficienter ad Mechanicen. Verùm quia, quæ numeris inueſtigauit, non etiam lineis eſt proſequutus (qui ſcopus eius eſſe debuit) nos hæc fœliciter præſtaturi, facilem inuenimus methodum, quâ non tantùm ſecundùm limites ab ipſo conſtitutos Circulum quadremus, ſed intra limites ipſos infinitis modis. Quod inuentum*

Mechanicarum amatoribus & cultoribus vtile ſimul ac iucundum fore ſperamus, maximè quòd hactenus nemini contigit illuc perueniſſe. Tibique pro tuo in Mathematicas propenſo ſtudio, nec non in omnes humanitate, & ſingulari erga nos beneuolentia, gratum hoc qualecunque munus ingenij noſtri futurum confidimus. Quoniam autem tibi tot tantæque pro Rege Regnoque ſollicitudines incumbunt vt vix liceat ab ipſis reſpirare, perſpicuitati & firmitudini demonſtrationum conſulentes, breuitati quoad fieri potuit ſtuduimus. Ideoque nec laudibus dignitatis tuæ, nec virtutibus quibus abundè cumularis, immoramur: Tum etiàm quia Regi Prudentiſsimo & Iuſtiſsimo, totique Galliæ per ſeſe ſunt manifeſtæ; adeóque ſupra vulgarem modum eminentes, vt illas nemo dicendo conſequi poſsit. Vnum duntaxat votis omnibus optamus, vt has tenues ſtudiorum noſtrorum primitias, non dedigneris tuo nomine ſeu veriùs numine fouere & protegere. Vale CLARISSIME ATQVE INTEGERRIME DOMINE. *Datum Carolopoli ad Montem Olympum, Kal. Iun. An. Chriſti Saluatoris, 1635.*

AD LECTOREM.

MAthematicas ſcientias (LECTOR BENEVOLE) ſemper duximus ad vſus humanos conuertendas, & quantitatem non in ſolo intellectu, (quod pace Platonis dixerim) ſed in materia ſenſibili tractandam. Quamobrem pro viribus noſtris tractationem aggreſſi ſumus de corporibus Cylindricis Conicis, atq; Sphæricis, non vt Archimedes aut Apollonius & Serenus, ſed in Artificum eruditionem, & Architecturæ ſecuritatem ac decorem. Verùm enimuerò hoc opus dum promouemus comperimus varijs in locis, rectam lineam circunferentiæ circuli æqualem exhibendam eſſe. Cui quidem negotio incumbentes, Archimedem omnibus quotquot hactenus hac de re ſcripſerunt longè ſuperiorem agnouimus, à cuius libello tanquam à Lydio lapide vniuerſa Cyclometria ſuum ſumit examen, & fidem. Ideoq; quæ fuerunt ab ipſo numeris hac in parte demonſtrata, quânam viâ per lineas inueniremus ſedulò perquiſiuimus. Tandemq; contigit nobis reperiſſe methodum facilem & certam, quâ non modo ſecundum limites Archimedeos intentum noſtrum aſſequamur, ſed conſtanti intra ipſos & multiplici modo. Quod quidem inuentum licet dicto de Geometria Architectonica operi, quod Gallicè ſcribimus, interſeruimus: placuit tamen interim in Matheſeos amatorum gratiam ipſum ex toto nondumq; abſoluto corpore deſumptum latino ſermone edere. Idemque prodibit Gallico, vt natum eſt, ſi experi intellexerimus. Sic enim ſperamus futurum, vt illis, quib⁹ otium & valetudo ſuppetunt, ex hâc quaſi ſcintillâ aliqua lux obo-

ciatur, quâ latentem hactenus quadraturam eruant atque detegant. Quamuis ex ipſâ inuentâ non pleniùs Mechanicæ ſatisfactum iri, quàm ex noſtrâ methodo confidenter pronuntiemus. Sicut neq; helices Archimedeas, aut Nicomedis & Dinoſtrati quadratarias ſeu quadratrices lineas quas Vieta noſter & Clauius delinearunt, præſertim ob ipſarum deſcribendarum difficultatem, cum hoc inuento noſtro cōferendas eſſe Lector eruditus & æquus iudicabit. Et multo minùs praxes cæterorum autorum qui huic problemati inſudauerunt, quorumq; omnium tantus eſt in errore conſenſus, vt ſit cognitu difficile quinam à ſcopo infæliciùs aberrarūt: niſi quòd primas ille ferre videatur qui rem librâ & pondere examinauit in ſuo de Agricultura Theatro. Horum autem nomina omnia recenſere longum eſſet & tædioſum & breuitati quā profitemur aduerſum. Idcirco, (Lector Beneuole) jamjam tecum opuſculi limitem tangimus.

ADSVMIMVS AVTEM ISTA.

I.

OMNEM Circulum æqualem eſſe Triangulo Rectangnlo, cuius quidem baſis æqualis eſt circumferētiæ, perpendiculum ſemidiametro. Atq; omnem circulum æqualem eſſe rectangulo Parallelogrāmo ſub quadrante circumferentiæ & diametro comprehenſo. Nam primam partem demonſtrauit Archimedes:. ſecunda primam conſequitur.

II.

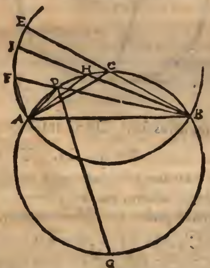
OMNIS circuli circumferētiam ad diametrum rationem habere, minorem quidem triplâ ſeſquiſeptimâ, Maiorem verò triplâ ſuperdecupartiente ſeptuageſimas primas. Atque omnem circulum ad quadratum ſuæ diametri minorem habere rationem quàm 11 ad 14, maiorem quàm 223 ad 284. Prima enim pars ab Archimede quoq; demonſtrata eſt

inſcriptiōe & circumſcriptiōe ſimilium Polygonorū regularium nonaginta ſex laterum. Secūda primam cōſequitur.

Propositio I. Theorema I.

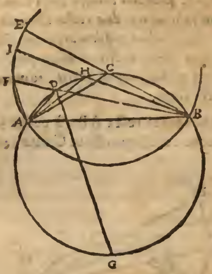
Si in Circulo coaptata ſit recta quæpiam linea, à cuius terminis ad medium punctum arcus cui ſubtenditur duæ rectæ lineæ ductæ fuerint; & rurſus aliæ duæ rectæ ad aliud eiuſdem arcus punctum: Quæ ad medium punctum ductæ ſunt, ductis ad aliud punctum maiores ſunt. Et quò punctum medio propius fuerit, eo maiores erunt duæ ad ipſum ductæ rectæ lineæ.

In Circulo ACBG ſit coaptata recta AB, à cuius terminis A, B ad medium arcus ACB punctum C duæ rectæ ductæ ſint AC, BC: & rurſus ad aliud punctum D duę rectę AD, BD. Dico rectas AC, BC rectis AD, BD maiores eſſe. Centro enim C, interuallo CA vel CB æqualium deſcribatur circumferentia circuli BAE, quam rectæ BC, BD productæ ſecent in punctis E, F, & arcu AGB diuiſo bifariam in G ducatur DG, cōnectaturq; AF. Quia



igitur angulus AFB anguli ACB ſeu ADB dimidius eſt, erunt anguli AFD, GDA, ſeu GDB æquales. Parallelæ igitur erunt AF, GD, & anguli FAD, ADG, ideoque & AFD, FAD æquales, & latera FD, AD æqualia. Rectaq; FB

rectis AD, DB æqualis. Verùm recta EB rectis AC, CB etiã eſt æqualis, & eſt maior quã FB. Igitur rectæ AC, CB rectis AD, DB maiores ſunt. Quod erat primò demonſtrandum.



Amplius. Eſto punctum H in eodem arcu ACB inter puncta C, D nempe propiùs medio C quã ſit punctum D. Et ad H duæ rectæ lineæ ductæ ſint AH, BH. Dico rectas AH, BH rectis AD, BD maiores eſſe. Productâ enim BH in I, recta BI rectis AH, BH æqualis erit. Sed recta BI maior eſt rectâ BF, igitur rectæ AH, BH rectis AD, BD maiores ſunt. Quod erat ſecundò demonſtrandum.

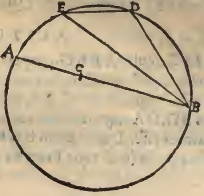
Prop. II. Theor. II.

Si Coaptata in circulo recta quæpiam linea ſecta ſit in partes quotlibet: Arcus, cui tota ſubtenditur, maior eſt arcubus omnibus ſimul quibus partes ſubtenduntur.

In Circulo ADB coaptata recta AB ſecta ſit vtcunq; in duas partes BC, CA; & ſint rectæ BD, DE partibus BC, CA æquales. Dico Arcum BDA arcubus ſimul BD, DE majorem eſſe. Connectatur BE. Quia igitur latera BD, DE trianguli BDE reliquo latere BE maiora ſunt, & ſunt rectæ BA æqualia; erit recta BA rectâ BE major. Igitur Arcus BDA arcubus BD, DE major erit.

Quòd

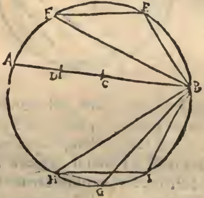
Quòd ſi recta AB in plures partes ſecta fuerit, haud aliter demonſtrabitur arcus cui tota ſubtenditur multo major arcubus omnibus ſimul quibus partes ſubtendentur. Nam arcus, cui ſubtenditur pars cōpoſita ex quibuſlibet duabus partibus, ſemper maior erit arcubus quib' duæ partes componentes ſubtendentur. Quare; Si coaptata, &c. quod erat demōſtrandum.



PROP. III. THEOR. III.

Si coaptata in circulo recta quæpiam linea ſecta ſit in duas partes æquales & duas inæquales: Arcus, quibus inæquales ſubtenduntur, arcubus, quibus æquales, maiores ſunt.

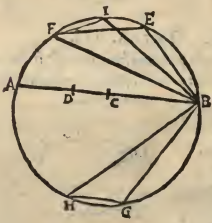
In Circulo AEBG coaptata recta AB ſecta ſit in duas partes æquales in C, & duas inęquales in D, & ſint rectæ BE, EF partibus æqualibus BC, CA; rectæque BG, GH partibus inæqualib' BD, DA æquales. Dico arcus BGH arcubus BEF maiores eſſe. Diuiſo enim arcu BGH bifariàm in I, connectantur rectæ BI, HI, BF, BH.



Erunt igitur rectæ BI, IH rectis BG, GH hoc eſt rectis BF,
[1] 1. huius. EF maiores[1]. Igitur recta BI, rectâ BE maior eſt, ideoque Arcus BI arcu BE maior, & eorum dupla, Arcus BIGH arcubus BEF maiores erunt. Quod erat demonſtrandum.

ALITER.

In Circulo AEBG coaptata recta AB ſecta ſit in duas partes æquales in C, & duas inæquales in D. Et ſint BE, EF partibus æqualibus BC, CA, & BG, GH partibus inæqualibus BD, DA æquales. Dico arcus BG, GH arcubus BE, EF maiores eſſe. Ductis enim BF, BH, coaptetur recta BI ipſi BG æqualis (cadetque I extra arcum BE, cùm recta BI maior ſit quàm recta BE: ergo cadet vel in F vel intra aut extra arcum EF. Si quidem cadat in F, erit arcus BG arcubus BE, EF æqualis: ſi extra, maior; quare in vtroq; caſu, arcus BG, GH arcubus *BE*, EF maiores erunt. Cadat igitur intra arcum EF) connectaturque FI. Et quia rectæ *BE*, EF æquales inter ſe ſunt, erit punctum E medium arcus *B*EF.

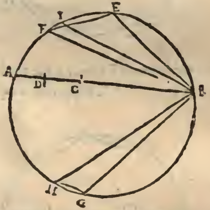


[a] 1. huius. Igitur [a] rectæ *BE*, EF, hoc eſt, rectæ *BG*, GH rectis *BI*, IF maiores ſunt: demptiſque æqualibus *BG*, *BI*, erit recta GH rectâ IF maior. Quare arcus GH arcu IF maior eſt. Additiſque æqualibus arcubus *BG*, *BI*, erunt arcus *BG*, GH arcubus *BE*, EF maiores. Igitur, ſi coaptata in circulo recta, &c. Quod demonſtrandum erat.

Prop. IV. Theor. IV.

Si coaptata in Circulo recta quapiam linea ſecta ſit in duas partes inæqualiter inæquales: Arcus, quibus magis inæquales ſubtenduntur, arcubus, quibus minùs inæquales, maiores ſunt.

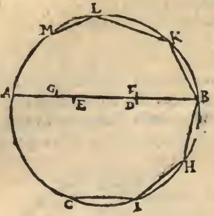
In Circulo AEBG coaptata recta A B ſecta ſit in duas partes inæquales BC maiorem, CA minorem: Et rurſus in duas partes magis inæquales BD maiorem, DA minorem. Et ſint rectæ B E, E F partibus BC, CA & rectæ BG, GH partibus magis inæqualibus BD, DA æquales. Dico Arcus BG, GH arcubus BE, EF maiores eſſe. Ductis enim BF, BH coaptetur recta BI rectæ BG æqualis (cadetque I extra arcum BE, cum recta BI maior ſit quàm recta BE, ergo cadet vel in F, vel intra aut extra arcum EF. Si quidem cadat in F, erit arcus BG arcub' BE, EF æqualis: ſi extra, maior. Quare in vtroque caſu Arcus BG, GH arcubus B E, EF maiores erunt, cadat igitur intra) connectaturque FI. Et quià recta BE maior eſt rectâ E F, punctum medium arcus B E F erit in arcu



BE, ideoque punctum E medio propius erit quàm I. Igitur rectæ BE, EF hoc eſt rectæ BG, GH rectis B I, I F maiores ſunt; demptiſq; æqualib' rectis BG, BI, erit recta GH rectâ IF maior. Quare arcus GH arcu I F maior eſt: additiſque æqualibus arcubus B G, B I, erunt arcus BG, GH arcubus BE, EF maiores. Quod demonſtrandum erat.

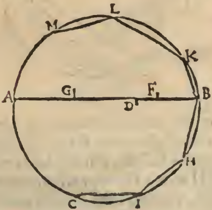
PROP. V. THEOR. V.

Si Coaptata in circulo recta quæpiam linea ſecta ſit in tres partes æquales, & tres inæquales: Arcus, quibus inæquales ſubtenduntur, arcubus, quibus æquales, maiores ſunt.



In Circulo ACB coaptata recta AB ſecta ſit in tres partes æquales BD, DE, EA quibus æquales deinceps ponantur BH, HI, IC; & in tres inæquales BF, FG, GA quib[9] æquales coaptentur BK, KL, LM Dico arcus BKLM arcubus BHIC maiores eſſe. Sit enim primùm altera ex inæqualibus BF alteri ex æqualibus BD æqualis: erunt igitur arcus BH, BK æquales. Et quià AD ſecta eſt æqualiter in E & inæqualiter in G, arcus quibus ſubtēduntur partes AG, GD, arcubus quibus AE, ED maiores erunt [a], igitur arcus KLM arcub[9] HIC maiores ſunt, additiſq; æqualibus arcubus BK, BH, erunt arcus BKLM arcubus BHIC maiores.

[a] 3. huius.

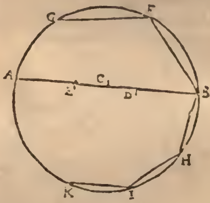


SECVNDO. Nulla partium inæqualium æquetur

tur tertiæ parti. Neceſſe autem eſt vt vna ſit minor & vna maior tertia parte: ſit BF minor, FG maior, & ſumatur BD æqualis tertiæ parti. Quia ergo GF maior eſt quàm BD, erit BG ſecta in F magis inæqualiter quam in D. Igitur arcus quibus ſubtenduntur GF, FB, arcubus, quibus GD, DB maiores ſunt, & addito communi arcu cui AG ſubtenditur: Arcus quibus ſubtenduntur BF, FG, GA arcubus, quibus BD, DG, GA maiores erunt. Sed hi maiores ſunt arcubus BHIC *per primam huius prop. partem.* Igitur arcus BKLM arcubus BHIC multò maiores erunt. Quod erat demonſtrandum.

Prop. VI. Theor. VI.

Si coaptata in circulo recta quæpiam linea ſecta ſit in duas & in tres partes æquales: arcus, quibus æquales duæ ſubtenduntur, arcubus, quibus tres æquales, maiores ſunt.



In Circulo ABK coaptata recta AB ſecta ſit in duas partes æquales in C, & in tres æquales in D, E, ſintque rectæ BF, FG ipſis BC, CA & rectæ BH, HI, IK ipſis BD, DE, EA æquales. Dico arcus BFG arcubus BHIK maiores eſſe. Quia enim AB ſecta eſt in tres partes inæquales BD, DC, CA & in tres æquales *BD*, DE, EA: arcus quibus ſubtenduntur *BD*, DC, CA, arcubus, quibus *BD*, DE EA hoc eſt arcubus *BHIK*, maiores ſunt [1]. Sed arcus cui *BC* [2] ſubtenditur, arcubus, quibus *BD*, *DC* maior eſt [2]: & addito

[1] *5. huius.*
[2] *2. huius.*

cõmuni arcu cui ſubtenditur *CA*; arcus, quibus *BC*, *CA* ſubtenduntur, hoc eſt, arcus *BFG*, arcubus, quibus *BD*, *DC*, *CA* maiores erunt. Sed hi arcubus *BHIK* oſtenſi ſunt maiores. Igitur arcus *BFG* arcubus *BHIK* multo maiores erunt. Quod demonſtrandum erat.

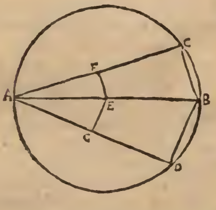
MANIFESTVM I.

Manifeſtum eſt, quæ hactenus de rectâ in Circulo coaptatâ demonſtrata ſunt, diametro conuenire, & quibuſlibet rectis ipſâ non maioribus cum aptæ ſint in Circulo coaptari.

Prop. VII. Theor. VII.

Si ab vno terminorum diametri alicuius circuli ſumantur arcus inæquales: quæ ab altero termino ad finem minoris arcus recta ducetur linea, maior eſt ductâ ad finem maioris arcus rectâ lineâ.

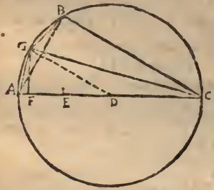
Eſto Circulus *ACBD*, cuius centrum *E*, diameter *AB*, à cuius termino *B* ſumãtur arcus inæquales *BC* minor, *BD* maior; & ab altero extremo *A* ad puncta *C*, *D* rectæ ducantur *AC*, *AD*. Dico rectam *AC* rectâ *AD* maiorem eſſe. Connectantur enim *BC*, *BD* quibus à centro *E* parallelæ agantur *EF*, *EG* quæ ipſis AC, AD perpẽdiculares erunt. Quia igitur arcus *BC* arcu *BD* minor eſt, erit recta BC rectâ BD minor. Ideoque EF ipſâ EG minor erit. Igitur recta AC rectâ AD maior eſt. Quod erat demonſtrandum.



Prop. VIII. Probl. I.

Si ab vno terminorum diametri cuiuſcunque circuli coaptentur deinceps duæ rectæ lineæ quartæ parti diametri æquales, à quarum fine ad alterum terminum diametri recta ducatur linea: erit hæc diametro longitudine commenſurabilis. Oportet autem ipſam inuenire.

Eſto Circuli cuiuſcunq; ABC diameter AC, cuius quartæ parti AE æquales à termino A coaptentur deinceps rectę AG, GB, & connectatur recta BC. Dico rectam BC diametro AC commenſurabilem eſſe longitudine, quam inuenire oportet. Connectantur AB, GD, GC & ad AC perpēdicularis demittatur GF. Quia igitur eſt vt AC ad AG, ità AG ad AF, eſtque AG ipſi AC longitudine cōmenſurabilis: igitur AF ipſi AC ſeu FC longitud. commenſurabilis erit. Et quia eſt vt AC ad GD, ita AB ad GF: erit quadratum GF quarta pars quadrati AB. Recta igitur BC diametro commenſurabilis eſt longitudine, 18. *decimi.*



Hanc autem ita inueniemus. Quia eſt vt AC ad AG, ita GC ad GF, erit GC ipſius GF qnadrupla: ſed ipſius GF dupla eſt AB; igitur recta GC ipſius AB dupla erit. Verùm quadratum GC quadrato AC commenſurabile eſt. Igitur & quadratum AB quadrato AC commenſurabile erit. Rationales igitur ſunt GC, AB longitudine inter ſe commenſurabiles, ideoque quod ſub ipſis continetur rectangulum

rationale erit, & quadrato AC commenſurabile. Eſt autem ipſum medium proportionale inter quadratum GC 15 & quadratum AB $3\frac{1}{4}$. quare inuenietur $7\frac{1}{2}$. At rectangulis ſub GB, AC & ſub AG, BC eſt æquale. *Ptolem. magnæ compoſitionis, cap. 9. lib.* 1. Dempto igitur rectangulo ſub AC, GB 4, relinquitur rectangulum ſub AG, BC $3\frac{1}{2}$. Quo ad rectam AG 1 applicato, orietur latitudo BC $3\frac{1}{2}$. Inuenimus igitur, &c. Quod facere oportebat.

COROLLARIVM.

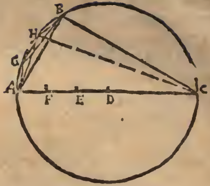
Hinc deducitur exiſtente rectâ AG datâ, datæque diametro AC quomodocunque longitudine commenſurabili, ſemper rectam BC ipſi AC commenſurabilem eſſe longitudine.

PROP. IX. THEOR. II.

Si ab vno terminorum diametri cuiuſcunque circuli coaptentur deinceps tres rectæ lineæ ſextæ parti diametri æquales, à quarum fine ad aliud extremum diametri recta ducatur linea. Erit huius quadratum quadrato diametri commenſurabile. Oportet autem ipſum inuenire.

Eſto Circuli cuiuſcunq; ABC diameter AC, cuius ſextæ parti AF æquales à termino A deinceps coaptentur tres rectæ AG, GH, HB, & connectatur BC. Dico quadratum BC quadrato AG cõmenſurabile eſſe. Quod quidem inuenire oportet. Connectantur AB, AH, GB, HC. Quoniam enim *per Corollarium præced.* recta HC diametro AC longitudine commenſurabilis eſt, erit quadratum HC quadrato AC commenſurabile, igitur & reliquum quadratum AH, hoc eſt rectangulum ſub AH, GB quadrato AC commenſurabile erit. Sed quod ſub AH, GB æquale eſt duobus & ſub AB, GH, & ſub AG, HB *Prolem. magnæ compoſitionis, cap. 9. lib.* 1. dẽpto igitur rectangulo ſub AG, HB ſeu quadrato AG. relinquetur rectangulum ſub AB, GH quadrato

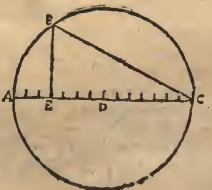
to A C cõmenſurabile. Quo ad rectam GH rationalem applicato, orietur latitudo AB ipſi A C longitudine commenſurabilis. Igitur & potentia, igitur & reliquum B C quadratum quadrato AC commenſurabile erit.



Hoc autem ita inueniemus. Poſita diametro AC 6 reperietur *per praeced. Prop.* recta HC $5\frac{2}{3}$. cuius quadrato $32\frac{1}{9}$. dempto ex quadrato AC 36, relinquitur $3\frac{8}{9}$ quadrato A H, ſeu rectangulo ſub AH, GB æquale. A quo ſi dematur rectangulum ſub AG, H B, hoc eſt quadratum AG 1, remanebit rectangulum ſub AB, GH $2\frac{8}{9}$, quod ad rectam GH 1 applicatum, facit latitudinem AB $2\frac{8}{9}$, cuius quadrato $8\frac{28}{81}$ dempto ex quadrato AC 36, relinquitur quadratum BC $27\frac{53}{81}$. Inuenimus igitur, &c. quod facere oportebat.

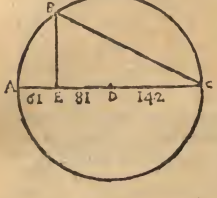
MANIFESTVM II.

Eſto circulus ABC, cuius centrum D, & diameter AC ſecta ſit in 14 partes equales quarum ſit CE 11, & ab E puncto ipſi AC perpẽdicularis erigatur EB circumferẽtiæ occurrens in B, connectaturq; BC. Manifeſtum, quod quadratum BC eſt ad quadratum dia-



metri AC ſicut 11 ad 14, ideoque quadratum BC circulo ABC æquale eſt: Et recta EC quadranti circumferentiæ æqualis. Vtrumq; proximè, nempe ſecundum priorem limitem ab Archimede conſtitutum.

R v r s v s. *Eſto circulus ABC, cuius centrum D, & diameter AC ſecta ſit in 284 partes æquales quarum ſit CE 223, & ab E puncto ipſi AC perpendicularis erigatur EB circumferentiæ occurrens in B, connectaturque BC. Manifeſtum, quod quadratum BC eſt ad quadratum diametri AC ſicut 223 ad 284: Ideoque quadratum BC Circulo ABC æquale eſt; Et recta EC quadranti circumferentiæ æqualis. Vtrumque proximè, nempe ſecundum poſteriorem limitem ab Archimede poſitum.*



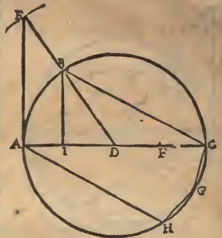
Vnde ſequitur AD 142 & ED 81 partium eſſe; Atque quadratum ED 6561. Quod quidem poſitâ AD 3, inuenietur eſſe partium $2\frac{18721}{20164}$ vt perſpicuum eſt.

Prop. X. Probl. III.

Dato circulo, inuenire quadratum habens ad quadratum diametri rationem, quam 11 ad 14.

Sit datus circulus ABC, cuius centrum D, ducatur diameter AC, à cuius termino A, ipſi perpendicularis erigatur recta AE; & ſectâ ſemidiametro DC bifariam in F, à ter-

mino C ipſis CF, FD æquales coaptentur deinceps duæ rectæ CG, GH & connectatur AH quæ ſemidiametro AD maior erit, vt patet.



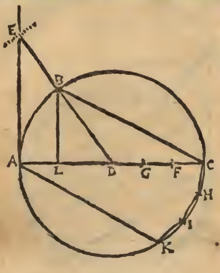
Et centro D, interuallo AH, arcus deſcribatur ſecans AE rectam in E, ducaturq; recta DE quæ circumferentiam ABC ſecabit in B, & connectatur BC. Dico quadratum BC ad quadratum AC rationem habere quam 11 ad 14. Demittatur BI ad AC perpēdicularis. Quia igitur à termino diametri C, quartæ parti diametri æquales coaptatæ ſunt deinceps duæ rectæ CG, GH, erit recta AH [1], hoc eſt DE $3\frac{1}{2}$. Vt autem DE ad DA, [1] 8. *huius.* ita eſt DB ſeu DA ad DI: quare erit DI $1\frac{1}{7}$, totaq; IC $3\frac{1}{7}$. Sed quadratum BC eſt ad quadratum AC, vt IC ad AC. Igitur quadratum BC eſt ad quadratum AC vt $3\frac{1}{7}$ ad 4. Verùm vt $3\frac{1}{7}$ ad 4, ita eſt 11 ad 14. Igitur quadratum BC eſt ad quadratum AC, vt 11 ad 14. Dato igitur Circulo inuenimus, &c. Quod faciendum erat.

Prop. XI. Probl. IV.

Dato circulo inuenire quadratum habens ad quadratum diametri rationem quam 223 ad 284.

Sit datus idem circulus ABC, cuius centrum D. Ducatur diameter AC, à cuius termino A, ipſi perpendicularis eri-

gatur recta AE. Et ſecta ſemidiametro DC in tres partes æquales in punctis F, G, à termino C ipſis CF, FG, GD æquales coaptentur deinceps tres rectæ CH, HI, IK, & cõnectantur AK, quæ ſemidiametro AD maior erit, vt patet. Et centro D, interuallo AK, arcus deſcribatur ſecans rectam AE in E, ducaturq; recta DE quæ circumferentiam ABC ſecabit in B, & connectatur BC. Dico quadratum BC ad quadratum AC rationem habere,



quam 223 ad 284. Demittatur BL ad AC perpendicularis. Quia igitur à termino diametri C, ſextæ parti diametri æquales coaptatæ ſunt deinceps tres rectæ CH, HI, IK, erit
e 9. huius. quadratum AK[e], hoc eſt quadratum DE $27\frac{11}{81}$. Vt autem quadratum DE ad quadratum DA, ita eſt quadratum DB ſeu DA ad quadratum DL. Quare erit quadratum DL $2\frac{2081}{2240}$ ſeu $2\frac{18729}{20160}$, æquale proximè ipſi $2\frac{18721}{20164}$, cui ſecundùm poſteriorem Archimedis limitem æquale eſt quadratum interceptæ inter centrum & perpendicularem. Igitur eſt LC ad AC vt 223 ad 284 proximè; in maiori quidem paulùm ratione. Sed vt LC ad AC, ita eſt quadratum BC ad quadratum AC. Igitur eſt quadratum BC ad quadratum AC vt 223 ad 284 proximè, in maiori quidèm Paulùm ratione,

ideoque

ideoque quadratum ipſum BC eſt intra limites Archimedis. Dato igitur circulo inuenimus, &c. Quod erat faciendum.

DEFINITIO.

Media inter duas rectas inæquales dicitur recta linea, quæ maior eſt minori, minor maiore; idem de plano, & de arcu intelligendum eſt.

MANIFESTVM III.

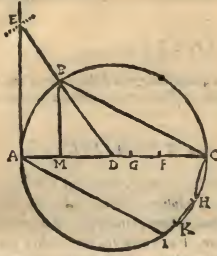
Quoniam recta AK in vndecima prop. maior eſt recta AH decimæ prop. fit vt cum ad ipſas applicatur idem quadratum ſemidiametri AD, oriatur, in decima quidem latitudo ID maior, in vndecima verò latitudo LD minor. Vnde manifeſtum euadit, quod ſi ad rectam mediam inter dictas AH, AK applicetur idem quadratum ſemidiametri AD, latitudinem ex tali applicatione ortundam, mediam fore inter dictas ID, LD. quod annotâſſe fuit operæ pretium.

Prop. XII. Probl. V.

Dato Circulo, inuenire infinita quadrata, quæ habeant ad quadratum diametri minorem rationem, quàm 11 *ad* 14 *maiorem, quam* 223 *ad* 284.

Sit datus idem Circulus ABC, cuius centrum D. Ducatur diameter AC, à cuius termino A ipſi perpendicularis erigatur recta AE: & ſectâ ſemidiametro bifariam in F, & DF vtcunq; in G, à termino C, ipſis CF, FG, GD æquales coaptentur deinceps tres rectæ CH, HK, KI & connectatur AI, quæ ſemidiametro AD maior erit. Et centro D, interuallo AI deſcribatur arcus ſecans rectam AE in E, duca-

turque DE, quæ circumferentiam ABC ſecabit in B, & connectatur BC. Dico quadratum BC ad quadratum AC minorem habere rationem quàm 11 ad 14; maiorem quàm 223 ad 284. Repetitis enim duarum præcedentium propoſitionum diagrammatis. Quia [1] arcus CI medius eſt inter arcus CH & CK, erit recta AI media inter rectas AH & AK [2]. Ideoq; & recta MD media inter ID & LD [3]. Igitur MC media eſt inter IC, LC. Quare MC ad AC minorem habet rationem quàm 11 ad 14; maiorem quàm 223 ad 284. Sed vt MC ad AC ita eſt quadratum BC ad quadratum AC igitur quadratum *BC* ad quadratum *AC* minorem rationem habet quàm 11 ad 14; maiorem quàm 223 ad 284.



[1] 5. & 6. huius.

[2] 7. huius.

[3] manif. 3.

Quoniam verò recta DF ſecari poteſt in duas partes infinitis modis, fit vt quadratum BC infinitis modis poſſit augeri vel minui conſtanter intra limites Archimedis, minimumque eſſe illud, quod inuenitur rectâ DF bifariàm ſecta. Dato igitur Circulo inuenimus infinita quadrata, &c. Quod faciendum erat.

COROLLARIVM.

Hinc ſequitur & ex 2°. manifeſto quadratum BC circulo ABCI æquale eſſe. Et rectam MC quadranti circumferentiæ eiuſque quadruplam toti circumferentiæ æqualem eſſe.

FINIS.

APPENDIX.

ANtequam huic opuſculo finem imponamus non erit abs re perpendere, quonam in punĉto ſecanda videatur recta DF ad inueniendum æquale vero quadratum: hoc autem efficiemus in hunc modum.

Repetatur propoſitionis præcedentis diagramma in quo ipſa DF bifariam ſecta fuerit. Poſitâ enim diametro AC 1000000, reperietur quadrupla rectæ MC minor quàm 314159 o. At poſitâ cuiuſcunq; circuli diametro 1000000, circumferentia maior eſt quàm 3141592, ex Ludolphi à Colen, Snellij, Vietæ, aliorumque Logiſtarum calculo: igitur quadrupla rectæ *MC* adhuc minor eſt circumferentia *ABCI*. Quare ipſa *DF* ſecanda eſt inæqualiter, & hoc non parùm praxis facilitati confert. Vnde fortè licebit aſſerere, ſectâ ipſâ DF extremâ ac mediâ ratione, inueniri quadratum circulo dato omninò æquale. Quod quidèm examinandum ſuſcipiemus, vbi vacauerit, idipſum interea proponentes, vt quiuis alius rerum Geometricarum peritus, ſi libitum fuerit, nos hoc onere leuet. Cæterùm, repetito rurſus prop. præcedentis diagrammate in quo ipſa DF ſecta fuerit bifariàm, & inuentum ita quadratum circulo dato minus extiterit, vt mox dictum eſt. Repetitâ quoque figurâ prop. xj. in quâ quadratum inuentum circulo etiàm minùs eſt. Dico inter vtrumque quadratum inueniri poſſe infinita quadrata media, quod pulcherrimum eſt, & multis incredibile videri debet. Hoc autèm fit ſectâ ipſâ DF bifariàm, & dimidiâ ipſius bifariàm & ſic in infinitum; partibuſque omnibus rectæ *CD* ita ſectæ in dato circulo deinceps coaptatis, vt noſtra methodus docet: inuenientur, qua-

drata priori minora in infinitum, ſemper tamen poſteriore maiora. Atque huius demonſtrationem & praxim expoſuiſſemus ſuperiùs, niſi quadratum horum omnium maximum, (quod nempe fit ipſâ DF bifariàm tantùm ſectâ) circulo dato minus adhuc eſſe nobis compertum fuiſſet.

FINIS APPENDICIS.

CAROLOPOLI,
Ex Typographia Huberti Raoult.

M. DC. XXXV.